Изображение выглядит как зарисовка, эмблема, символ, герб

Автоматически созданное описание

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

**«МИРЭА - Российский технологический университет»**

**РТУ МИРЭА**

Институт искусственного интеллекта

Кафедра проблем управления

**Отчёт по домашнему заданию №5**

**По дисциплине** «Системы навигации автономных роботов**»**

|  |  |
| --- | --- |
| **Выполнили студенты группы** |  |
| **Преподаватель:** |  |
|  |  |

Москва 2024 г.

**Цель работы**: реализовать 4-мерный фильтр Калмана, оценивающий положение и скорость, провести эксперименты по исчезновению данных измерений.

**Ход работы**:

Нам надо реализовать 4-мерный фильтр Калмана со следующими уравнениями:

Вектор состояния .

**Predict**

1. **Разложение вектора скорости**

и измеряются в градусах, а и – в .  
Посмотрим, как меняется : ( – долгота (вдоль параллели), – широта (вдоль меридиана))

Изображение выглядит как текст, линия, диаграмма, График

Автоматически созданное описание

*Рисунок 1 – Разложение скорости.*

Угол всегда ориентирует относительно севера (т.е. относительно меридиана, на котором в данный момент измеряется ориентация). Таким образом, всегда отвечает за движение вдоль параллели (меняется долгота), а – за движение по меридиану (который со временем меняется) (меняется широта).

Предполагается, что скорость равномерно растет в раз по модулю и вектор скорости при этом равномерно поворачивается на угол . Тогда

Т.е.

1. **Учет влияния скорости на положение в модели системы**
   1. **Общие рассуждения**

Движение по меридиану () происходит по окружности с постоянным радиусом , которая поворачивается вокруг оси (Юг-СЕВЕР) из-за движения вдоль параллелей.

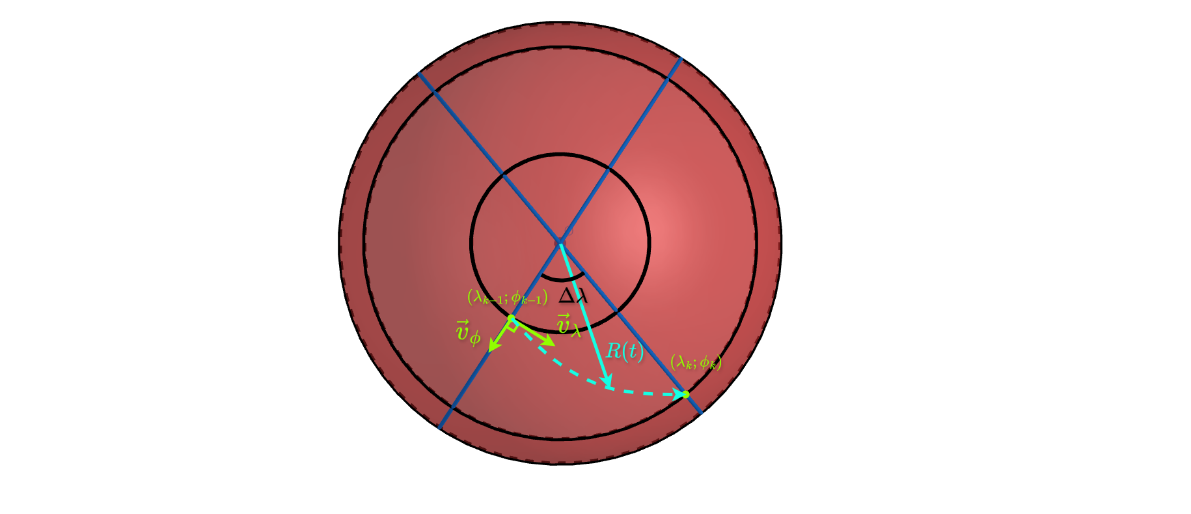
Изображение выглядит как мяч, баскетбол

Автоматически созданное описание

*Рисунок 2 – Иллюстрация изменения широты.*

Таким образом, чтобы определить изменение широты, нужно проинтегрировать :

Таким образом

Движение по параллелям осуществляется несколько сложнее: это, по сути, движение по окружности, которая непрерывно во времени меняет свой радиус.  


*Рисунок 3 – Иллюстрация изменения долготы.*

Тогда находится путем интегрирования:

* 1. **Нахождение интегралов**

Необходимо получить и при :

Теперь найдем интегралы и :

* 1. **Широта**

Вычислим .

Произведем замену , тогда пределы интегрирования изменятся следующим образом: и мы получим

Интегралы и легко берутся по частям, и они равны

Подставляем:

Тогда

и

* 1. **Долгота**

Вычислим .

Отсюда получаем

Несложно заметить, что получить представление в виде линейной комбинации , и НЕВОЗМОЖНО (по крайней мере ОЧЕНЬ сложно), так что приходится прибегать к линеаризации (Разложение этого интеграла в многомерный ряд Тейлора). Для начала сделаем пару замен:.

Тогда получим

Введем

Мы стараемся сделать несколько вещей:

1. Добиться максимальной точности линеаризации, т.е. взять начальную точку, наиболее близкую к тем, что мы имеем в данных;
2. После линеаризации не иметь свободных (относительно ) членов, т.к. они никак не будут учтены в матрице ковариации и их придется пихать в управляющий сигнал, что не корректно.

В приоритете 2-й пункт:

Разлагая до 1го порядка вокруг , получим

Проще всего занулить все свободные слагаемые, положив , т.к. тогда не будет свободно болтающихся частных производных и , как можно видеть выше.

Осталось найти частные производные (промежуточные этапы опущены, при необходимости дергать @SaprZheks):

Разложим в многомерный ряд Тейлора в окрестности :

Тогда можно без труда посчитать интеграл :

Производя замену , получим и

Эти интегралы уже вычислялись ранее. Подставляя те результаты, получим

где .

Подставляем:

Этот результат ровно такой же, как если бы мы положили, что параллели ведут себя как меридианы, т.е. вычисляли бы долготу так же, как и широту.

1. **Итоговая матрица эволюция системы**

Т.е. в матричной форме это выглядит так:

т.е.

Что касается – у нас нет 100% данных управления

Матрица принимается диагональной (на диагонали дисперсии величин, измеренные датчиками), ибо в самый начальный момент времени скорость никак не влияет на уверенность в нашем положении (ибо наше начальное положение – чисто измерения, а не оценка), зато после нескольких итераций матрица скорректирует это и положение станет явно зависеть от скорости.

Аналогично дополнительную неопределенность системы описываем диагональной ковариационной матрицей , потому что это, по сути, допуски на параметры вектора состояния модели, и точно предсказать, как именно, например, рандомное изменение скорости может рандомно изменить положение, сказать сложно, проще заложить такие возможности в допуск положения. Таким образом, нужно просто оценить 4 среднеквадратических отклонения:

Причем уместно предположить, что и .

**Update**

За измерения возьмем столбец , и в , и в м/с с ковариацией

Тогда ожидаемые измерения будут такими:

где

и матрица ковариации

и берутся из 2-х показаний модуля скорости и ориентации .  
В итоге получаем